

Драган Миловановић

Економски факултет,
Универзитет у Бањој Луци,
БиХ

✉ dragan.milovanovic@efbl.org

КРЕИРАЊЕ ОПТИМАЛНОГ ПОРТФОЛИЈА ХАРТИЈА ОД ВРИЈЕДНОСТИ НА САВРЕМЕНИМ ФИНАНСИЈСКИМ ТРЖИШТИМА

CREATING OPTIMAL PORTFOLIO SECURITIES ON MODERN FINANCIAL MARKETS

„Никакво људско истраживање не може се назвати правом науком,
ако није математичким доказима потврђено“.

Леонардо да Винчи

Резиме: Креирање оптималног портфолија хартија од вриједности на савременим финансијским тржиштима заузима водеће мјесто у модерној теорији и пракси инвестиција у хартије од вриједности. У раду су анализирани обим и вриједност трговања хартијама од вриједности на Бањалучкој берзи у периоду од 31.10.2005. до 31.10.2010., као и кретање одговарајућих берзанских индекса у том периоду. Надаље, у раду је елаборирана теоријска и емпијска квантитативна анализа избора оптималног портфолија хартија од вриједности инвеститора с преференцијом сигурности на примјеру тржишта капитала Републике Српске. Основу анализе избора оптималног портфолија хартија од вриједности инвеститора с преференцијом сигурности чине Ројев модел, модел Катаоке и Телсеров модел. Кроз математичку анализу Ројевог модела, модела Катаоке и Телсеровог модела на тржишту капитала Републике Српске елаборирани су основи анализе избора оптималног портфолија хартија од вриједности инвеститора с преференцијом сигурности. Интерпретација добијених резултата може да послужи као основа за стручну и научну дискусију о избору оптималног портфолија хартија од вриједности инвеститора с преференцијом сигурности.

Кључне ријечи: избор оптималног портфолија, принос и ризик портфолија, Роу-ев модел, модел Катаоке и Телсеров модел.

ЈЕЛ класификација: G11, H20, D81

Summary: Creating the optimal portfolio of securities on modern financial markets is leading in the modern theory and practice of investment in securities. The paper analyzes the extent and value of trading securities on the Belgrade Stock Exchange during the period from 31 October 2005 to 31 October 2010, as well as movement of the corresponding stock index during that period. Furthermore, the paper elaborates theoretical and empirical analysis of quantitative choice of the investor's optimal portfolio of securities with security preference in case of the Republika Srpska capital markets. Based on the analysis of selection of the investor's optimal portfolio of securities with security preference are Roy's model, Kataoka's and Telser's model. The bases for the analysis of selection of the investor's optimal portfolio of securities with security preference are elaborated by means of the mathematical analysis of the Roy's model, Kataoka's model and Telser's model of capital market of the Republika Srpska. Interpretation of the results can serve as a basis for professional and scientific discussion on the investor's optimal portfolio of securities with security preference.

Key words: selection of the optimal portfolio, portfolio yield and risk, Roy's model, Kataoka's model and Telser's model.

JEL classification: G11, H20, D81

1. УВОД

Проблематика креирања оптималног портфолија хартија од вриједности је у домаћој економској науци релативно запостављена. Разлог томе треба тражити дијелом у недовољном степену развијености финансијских тржишта на нашим просторима, а дијелом у недовољној заинтересованости финансијских аналитичара за унапређивање постојећих аналитичких модела. На тржишту капитала Републике Српске у посљедње двије године забиљежен је нагли пад цијена и ликвидности финансијских инструмената, који су предмет трговања на, за сада код нас јединој берзи – Бањалучкој берзи. Тржиште капитала је сегмент економије који најприје детектује и реагује на кризу, много прије него што се криза осјети у реалној сфери економије. Већина инвеститора се слаже са једноставним концептом максимизације профита, међутим готово све инвестиције подразумевају неизвјесност и одређен степен ризика. Стога, иако сви инвеститори теже да остваре највећу могућу стопу приноса, они такође желе да избјегну ризик. Инвеститор је стално изложен избору у односу ризика и приноса тј. *risk-return trade off*. Тржиште капитала Републике Српске је младо, мало, у фази развоја, изузетно погођено глобалном финансијском кризом и рецесијом домаће економије. То је имплицирало пораст ризичности инвестиција у хартије од вриједности на тржишту капитала Републике Српске. С тим у вези инвеститори тренутно преферирају сигурне инвестиције у хартије од вриједности на тржишту капитала Републике Српске. Када се говори о избору оптималног портфеља хартија од вриједности инвеститора с преференцијом сигурности, једно од основних питања које се поставља, тиче се односа приноса и ризика при избору оптималног портфолија. У одговору на то питање, у раду ћемо извршити математичку анализу *Ројевог модела*, *модела Катаоке* и *Телсеровог модела* на примјеру тржишта капитала Републике Српске.

Циљ рада је да се кроз математичку анализу *Ројевог модела*, *модела Катаоке* и *Телсеровог модела* на тржишту капитала Републике Српске елаборирају основи анализе избора оптималног портфолија хартија од вриједности инвеститора с преференцијом сигурности. Надаље, циљ је такође да се *Ројев модел*, *модел Катаоке* и *Телсеров модел* синергијски повежу у јединствен модел анализе избора оптималног портфолија хартија од вриједности инвеститора с преференцијом сигурности инвестирања на тржишту капитала.

У анализи су коришћени годишњи извјештаји о промету ХОВ на Бањалучкој берзи у периоду од 31. 10. 2005. до 31. 10. 2010. године, као и остали јавно доступни подаци на интернету. Рад је конципиран из четири међусобно повезана и усклађена поглавља. У првом поглављу рада дата је анализа стања на тржишту капитала Републике Српске, кроз кретање обима и вриједности промета финансијских инструмената на Бањалучкој берзи у периоду од 31. 10. 2005. до 31. 10. 2010. године, као и кретање берзанских индекса у том периоду. У другом поглављу се анализирају основни принципи савремене портфолио анализе хартија од вриједности. Трећи дио рада је фокусиран на моделе избора оптималног портфолија ХОВ инвеститора с преференцијом сигурности, кроз елаборирање основних теоријских поставки избора оптималног портфолија ХОВ инвеститора с преференцијом сигурности. У четвртом поглављу рада елаборира се емпиријска анализа избора оптималног портфолија ХОВ инвеститора с преференцијом сигурности на примјеру тржишта капитала Републике Српске.

2. АНАЛИЗА ПРИНОСА И РИЗИКА НА ТРЖИШТУ КАПИТАЛА РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ

Сваки инвеститор на тржишту капитала, приликом доношења инвестиционе одлуке анализира ризик, принос и вријеме као кључне елементе који ће утицати на крајњи исход инвестиције. Ризик, принос и вријеме су међусобно тијесно повезани. У економској теорији и пракси већа изложеност факторима ризика за последицу ће имати виши очекивани принос. Такође, инвеститор чији портфолио дуже времена садржи мали број хартија од вриједности има због повећаног ризика за последицу и виши очекивани принос. Принос (*return*) је основни мотив инвестирања на финансијском тржишту, то је добит коју инвеститор очекује од улагања у одређени финансијски инструмент (Ерић 203: 146). За разлику од активности на увећању приноса, контрола ризика је једноставнија и јефтинија активност захваљујући статистичким методама и моделима на које се ослања. У ту сврху су у раду анализирани квантитативни модели који треба да помогну инвеститорима с преференцијом сигурности инвестирања при избору оптималног портфолија на тржишту капитала Републике Српске. С обзиром да тржиште капитала Републике Српске карактерише низак степен развијености, као и да нема довољну ширину и дубину, инвеститори на тржишту капитала Републике Српске суочени су са повећаним степеном ризика приликом инвестирања у хартије од вриједности. Политика инвестирања на тржишту капитала Републике Српске треба бити креирана као компромис између приноса и ризика, односно треба испунити потребе које се тичу ликвидности, прихода и пореза.

Узимајући у обзир чињеницу да се као основни критеријум степена развијености финансијских тржишта у свијету узима развијеност и диверсификованост финансијских инструмената, који су предмет трговања на финансијским тржиштима, можемо закључити да је тржиште капитала Републике Српске доста неразвијено, с обзиром да се на њему тргује само акцијама и обвезницама. Тржиште капитала Републике Српске је погођено глобалном финансијском кризом, као и рецесијом домаће економије. Као доказ тога су подаци о тржишној вриједности промета и капитализације на Бањалучкој берзи у последње три године, што је представљено у табели 1.

Табела 1. Вриједност промета и тржишна капитализација на тржишту капитала Републике Српске

Год.	Бањалучка берза (BLSE)				
	Промет	Тржишна капитализација	Индекс		
			2007/06.	2008/07.	2009/08.
2007.	742.582.291 KM	7.747.849.962 KM	-7,08%		
2008.	275.090.237 KM	3.688.714.503 KM		-52,39%	
2009.	180.493.307 KM	3.756.543.171 KM			1,84%

Извор: <http://www.blberza.com>

Из претходне табеле се може закључити да је глобална финансијска криза значајно утицала на пад вриједности промета на тржишту капитала Републике Српске. Претходни подаци не треба да обесхрабре, они су дијелом и одраз чињенице да је тржиште капитала у Републици Српској у фази развоја. Тржиште капитала Републике Српске је у 2009. години забиљежило лоше резултате по основу кретања цијена акција, не само у поређењу са берзама у региону, већ и далеко шире. Поређења ради, на

тржишту капитала ФБиХ, Сарајевска берза је једина међу двадесетак анализираних тржишта Европе, Сјеверне Америке и Азије, забиљежила просјечни пад цијена акција у прва три квартала 2009. године, док је Бањалучка берза тик изнад ње, са благим позитивним резултатом. Сарајевски индекс SASX-10, који прати кретање акција најликвиднијих компанија из ФБиХ, у периоду јануар – септембар 2009. године пао је за 8,4 одсто, док је бањалучки БИРС био у плусу за тек 1,4 одсто¹. Тренд пада основних показатеља тржишта капитала Републике Српске се наставио и у другој половини 2009. и првој половини 2010. године. Берзански аналитичари као кључни и хронични проблем тржишта капитала Републике Српске наводе изузетно низак промет због слабе потражње, али и понуде акција. Наше тржиште капитала превише зависи од иностране потражње. То се видјело и на почетку глобалне финансијске кризе када су страни улагачи брзо напустили наше тржиште, као и сада када криза јењава, а нема значајнијег прилива новца из иностранства. Разлог за то је врло једноставан, дошло је до пада повјерења у тржиште капитала Републике Српске и компаније чијим се акцијама тргује на Бањалучкој берзи. Ово су само неки од података који треба да искристалишу слику о тржишту капитала Републике Српске данас. Међутим, и као такво, тржиште капитала има велике предности и пружа могућности за остваривање приноса. Као један од најзначајнијих репера стања на тржишту капитала Републике Српске на графикону 1 приказано је кретање BIRS-a у периоду од 31. 10. 2005. године до 31. 10. 2010. године.

Графикон 1. Кретање БИРС-а у периоду од 31. 10. 2005. год. до 31. 10. 2010. године



Извор: Аутор, на бази података доступних на: <http://www.blberza.com>

На бази претходног графикона можемо видјети велике осцилације БИРС-а у посљедњих пет година. Подаци представљени на графикону 1 показују велику волатилност цијена финансијских инструмената којима се тргује на тржишту капитала Републике Српске. То је за посљедицу имало повећање степена ризичности инвестирања у ХОВ на нашем тржишту капитала. Као значајан репер стања на тржишту капитала Републике Српске, значајно је анализирати и кретање индекса инвестиционих фондова Републике Српске. На графикону 2 представљено је кретање индекса инвестиционих фондова Републике Српске у периоду од 31. 10. 2005. године до 31. 10. 2010. године.

Графикон 2. Кретање ФИРС-а у периоду од 31. 10. 2005. године до 31. 10. 2010. године

¹ <http://www.seebiz.eu/hr/burze>



Извор: Аутор, на бази података доступних на: <http://www.blberza.com>

На бази анализе графикана 2 можемо уочити велике осцилације ФИРС-а у посљедњих пет година. Надаље, подаци представљени на графикону 2 показују велику волатилност цијена акција инвестиционих фондова на тржишту капитала Републике Српске. То је за посљедицу имало повећање степена ризичности инвестирања у ХОВ на нашем тржишту капитала.

Повећан ризик на тржишту капитала Републике Српске у условима глобалне финансијске кризе усмјерио је инвеститоре с мањим степеном толеранције према ризику на мање ризичне финансијске инструменте, као што су обвезнице. Већи интерес за обвезнице на тржишту капитала Републике Српске потакнут је првом емисијом обвезница по основу старе девизне штедње. Емисија обвезница на тржишту капитала Републике Српске у 2008. и 2009. позитивно је утицала на обим промета ХОВ на Бањалучкој берзи. Укупан промет обвезницама на тржишту капитала Републике Српске у 2008. години је износио 11.673.573 КМ тј. 4,24% од укупног промета². За разлику од 2008, промет обвезницама на Бањалучкој берзи је у 2009. години порастао на 30.251.177 КМ, тј. на 16,76% од укупног промета, што говори у прилог констатацији да су се инвеститори на тржишту капитала Републике Српске у условима глобалне финансијске кризе у 2009. години окренули обвезницама као мање ризичним финансијским инструментима. Претходно изнесени подаци потврђују констатацију да инвеститори у условима глобалне финансијске кризе преферирају мање ризичне инвестиције.

3. ОСНОВНИ ПРИНЦИПИ САВРЕМЕНЕ ПОРТФОЛИО АНАЛИЗЕ ХОВ

Дуго година су основни принципи портфолио анализе представљали непознаницу на нашим просторима. Паралелно са развојем нашег тржишта капитала, подизао се и ниво знања из области анализе инвестиција у хартије од вриједности. Портфолио анализа представља корак даље у односу на традиционалну анализу хартија од вриједности, конкретно, примат је са анализе појединачних хартија од вриједности проширен на анализу односа између појединачних хартија од вриједности у портфолио контексту, као и на анализу конкретног портфолија. Портфолио теорија је у свом развоју прошла кроз двије главне фазе, традиционалну (класичну) и модерну (савремену) фазу развоја (Шошкић 2006: 129). У раду ћемо обрадити и анализирати

² <http://www.blberza.com>

основне принципе и погледе савремене портфолио анализе, из простог разлога што су савремена финансијска тржишта са свим својим карактеристикама оличење времена у коме живимо, и као таква захтијевају модеран поглед у анализи инвестиција у хартије од вриједности.

Савремена портфолио теорија се развила концем 1952. године објављивањем чувеног чланка чији је аутор Harry M. Markowitz, *Портфолио селекција* (Шошкић 2006: 128). Савремена портфолио теорија нам показује како рационалан инвеститор у условима стања тржишне равнотеже треба да формира свој ефикасни портфолио. Док се до прије тридесетак година портфолио састојао од неколико врста имовине, данас је инвеститорима доступан много већи број инвестиционих могућности и сложене стратегије улагања. У зависности од промјене структуре портфолија, могуће су бројне комбинације ризика и приноса, а инвеститор мора да одабере ону коју сматра оптималном. Другим ријечима, треба да изабере најбољу комбинацију ризичне и неризичне имовине од које креира свој портфолио, што зависи од његовог односа према ризику. Принос је основна мотивациона снага која подстиче инвеститора да улаже, односно принос је награда за преузети ризик инвестирања. Приликом инвестирања у акције, инвеститор може да оствари принос по основу дивиденде и принос по основу капиталног добитка (Шошкић 2006: 341). Лакоћа са којом инвеститор доноси одлуку у непосредној је зависности од процјене вјероватноће да ће се очекивано и остварити. Међутим, у свијету неизвјесности често се дешава да се очекивања инвеститора не остваре, као што се дешава да и остварени принос превазиђе и најоптимистичкија очекивања. Конкретно, инвеститор се суочава са ризиком да његово улагање неће дати резултат у складу са очекивањима и претпоставкама на основу којих је и донио инвестициону одлуку. Као стандардан сценарио понашања инвеститора могло би се дефинисати очекивање да ће остварити максимални принос уз прихваћени ниво ризика, односно да ће остварити најмањи ризик за дати ниво приноса. Наравно треба напоменути да постоје и инвеститори који нису спремни ни на најмањи ниво ризика, као што увијек постоје и они који су спремни да ради остваривања екстрапрофита прихвате и ризике знатно изнад просјека. То прихватање ризика у односу на принос би се могло дефинисати као *цијена ризика*. Та цијена се у пракси веома тешко може утврдити, без обзира на бројне теоријске студије које су се бавиле том проблематиком.

Што је већа величина одступања и што је већа вјероватноћа да ће се оно остварити, тиме је и ризик хартије од вриједности већи. Постојање аверзије према губитку (*Loss aversion*) потврђују запажања да инвеститори више исказују жалост приликом претрпљеног губитка, него задовољство приликом остваривања идентичног добитка. Истраживања су показала да су инвеститори двоструко више осјетљиви на губитке у односу на добитке, стога је квантитативна анализа у раду и усмјерена ка избору оптималног портфолија хартија од вриједности инвеститора с преференцијом сигурности. Инвеститори прије улагања, поред процјене могућег приноса, морају да процијене и ниво ризика који то улагање носи. Надаље, што инвеститори више знају о ризику и што га боље разумију, тиме ће и њихове инвестиционе одлуке бити квалитетније. Инвеститори прихватају ризик, јер нико са сигурношћу не може знати шта ће се у будућности дешавати са ХОВ на тржишту капитала.

Ризик у савременој портфолио анализи представља мјериву категорију, изражену као могућност да стварни принос, по основу инвестирања у ХОВ, одступа од очекиваног приноса. Концепт инвестиција у ХОВ се заснива на златном правилу инвестирања, по коме је већи принос увијек праћен већим ризиком, а мањи принос, мањим ризиком (Ерић 2003: 146). Ризик, принос и вријеме су међусобно тијесно повезани. Инвеститор чији портфолио дуже времена садржи мали број ХОВ, има због повећаног ризика за посљедицу и виши очекивани принос.

4. МОДЕЛИ ИЗБОРА ОПТИМАЛНОГ ПОРТФОЛИЈА ХОВ ИНВЕСТИТОРА С ПРЕФЕРЕНЦИЈОМ СИГУРНОСТИ

Поред анализе избора оптималног портфолија хартија од вриједности на бази теорије очекиване корисности, у економској теорији и пракси постоји и низ других модела. Остали приступи проблему избора портфолија подразумевају блаже претпоставке у погледу инвеститорових намјера везаних за избор, у погледу облика његове функције корисности и/или облика распореда приноса на хартије од вриједности. Три најчешће алтернативе избору оптималног портфолија на основу кривих индиференција су (Поповић 2000: 123):

- максимизирање геометријске средине приноса,
- модел преферирања сигурности и
- модел стохастичке доминације.

Друга алтернатива теореме очекиване корисности односи се на групу критеријума названих „модел преферирања сигурности“. Услов „прво сигурност“ (*safety first*) долази отуда што се суштина сваког од критеријума односи на ограничавање вјероватноће лоших инвестиционих исхода. У групу „модела преферирања сигурности“ у пракси се користе три различита критеријума из ове групе (Поповић 2000: 125):

- Ројев критеријум,
- Критеријум Катаоке и
- Телсеров критеријум.

Анализу избора оптималног портфолија инвеститора с преференцијом сигурности, представимо кроз неколико теоријско-методолошких корака. Прије анализе сваког од појединачних критеријума за избор оптималног портфолија инвеститора с преференцијом сигурности, извршићемо анализу приноса и ризика портфолија, кроз математичке релације за израчунавање истих.

Очекивани принос портфолија је једнак пондерисаном просјеку очекиваних приноса хартија од вриједности које чине портфолио. Као пондере користимо удјеле свих хартија од вриједности које чине портфолио, а збир пондера увијек мора бити једнак сто. Очекивани принос портфолија рачунамо коришћењем сљедећег обрасца:³

$$Rp = \sum_{i=1}^n x_i * p_i ,$$

гдје је:

Rp – очекивани принос на портфолио,

x_i - удео сваке хартије од вриједности у портфолију ,

p_i - очекивани принос i - те хартије од вриједности,

n - број хартија од вриједности у портфолију.

Ризик портфолија хартија од вриједности зависи од ризика хартија од вриједности које чине тај портфолио и веза између очекиваних приноса хартија од

³ Прилагођено према: Шошкић, Д., Хартије од вриједности – Управљање портфолиом и инвестициони фондови, ЦИД Економски факултет Београд, 2006. стр. 108.

вриједности у портфолију. У раду акценат није на анализи појединачних хартија од вриједности које чине портфолио, стога ћемо само дати крајњу математичку релацију за израчунавање стандардне девијације портфолија, као мјере ризичности портфолија:⁴

$$\sigma_P = \sqrt{\sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^m X_j X_k * \text{cov}(p_j, p_k)},$$

гдје је:

σ_P - стандардна девијација портфолија,

X_j - дио портфолија инвестиран у хартију од вриједности j ,

X_k - дио портфолија инвестиран у хартију од вриједности k ,

$\text{cov}(p_j, p_k)$ - коваријанса приноса хартија од вриједности j и k .

Ројев критеријум тврди да је за инвеститора најбољи онај портфолио који има најмању вјероватноћу остваривања приноса испод неког одређеног нивоа. Надаље, ако R_P представља принос на портфолио, R_L ниво приноса испод којег инвеститор не би желио да има приносе, а p је ознака за вјероватноћу, Ројев критеријум се може математички представити као (Поповић 2000: 126):

$$\min p(R_P < R_L) = \min (R_L - R_P / \sigma_P).$$

Такође, ако су приноси нормално распоређени, онда би оптимални портфолио био онај код којег је R_L од просјечног приноса удаљен максимални број стандардних девијација, под претпоставком да је просјечни принос већи од R_L . С друге стране, у тежњи да се одреди колико се стандардних девијација R_L налази испод просјека, израчунава се разлика између R_L и просјечног приноса и та разлика се дијели са стандардном девијацијом. Да би Ројев критеријум био задовољен, под условом да су приноси нормално распоређени, слиједи:

$$\begin{aligned} & \min (R_L - R_P / \sigma_P), \\ \text{или еквивалентно:} & \max (R_P - R_L / \sigma_P). \end{aligned}$$

Такође, сва портфолија која су на основу Ројевог критеријума једнако погодна морају имати исту вриједност овог количника. Математичка интерпретација се може записати слједећим изразом (Поповић 2000: 127):

$$(R_L - R_P / \sigma_P) = K.$$

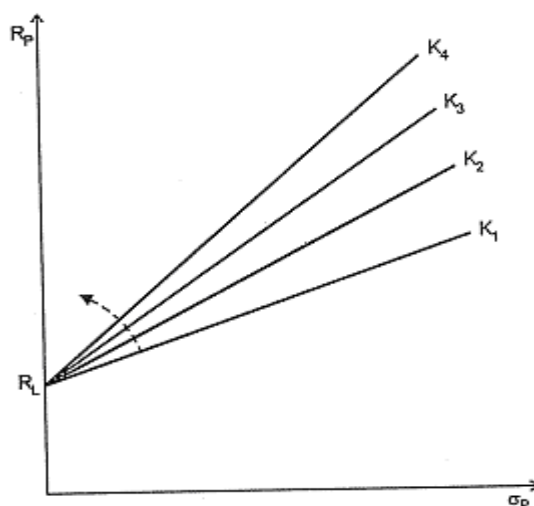
Што је K веће, инвеститор ће бити више заинтересован за тај портфолио. Прилагођавањем претходног израза добија се:

$$R_P = R_L + K \sigma_P.$$

⁴ Прилагођено према: Шошкић, Д., Хартије од вриједности – Управљање портфолиом и инвестициони фондови, ЦИД Економски факултет Београд, 2006. стр. 109.

Претходна релација представља једначину праве која са ординатом има пресјек у тачки R_L и коефицијент правца K . Графикон 3. приказује праве које се формирају на основу овог критеријума, при различитим вриједностима коефицијента K . Ако проблем избора оптималног портфолија посматрамо из другог угла, уочавамо да Ројев критеријум са нормално распоређеним приносима ствара проблем одлучивања који је у потпуности исти као и проблем избора портфолија у случају безризичног узимања и давања позајмица. Ако ствари поставимо на тај начин, тада је R_L еквивалентно безризичној стопи приноса R_F . Посљедишно закључујемо да је из скупа могућих портфолија оптималан онај који се налази на најудаљенијој линији од апсцисе, тј. која има највећу вриједност коефицијента K , а на основу стандардних техника лако је извршити локацију тог портфолија. Уочава се да се портфолио који максимизира критеријум Роја налази на граници ефикасности у дводимензионалном простору „очекивана вриједност – стандардна девијација“.

Графикон 3. Линије константне преференције на основу критеријума Роја (Поповић 2000: 128)

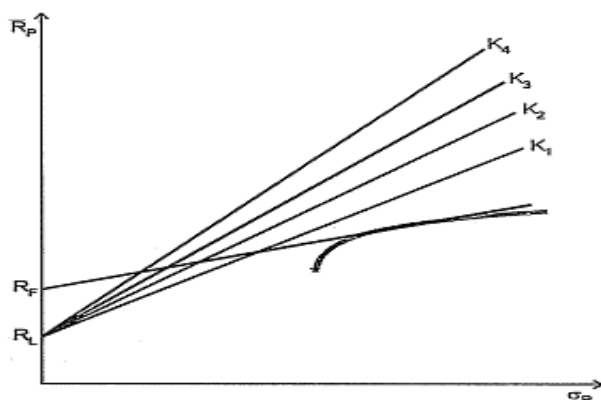


Претходна разматрања односила су се на формирање портфолија састављених искључиво од ризичне активе. Међутим, анализу је неопходно проширити и на случај да приликом формирања портфолија постоји могућност давања и узимања безризичних позајмица, односно безризичног инвестирања и кредитирања, респективно. Уколико постоји могућност инкорпорације безризичне активе у портфолио инвеститора, (под претпоставком да су приноси нормално распоређени) критеријум Роја, у зависности од односа између R_L и R_F , даје следеће могућности:

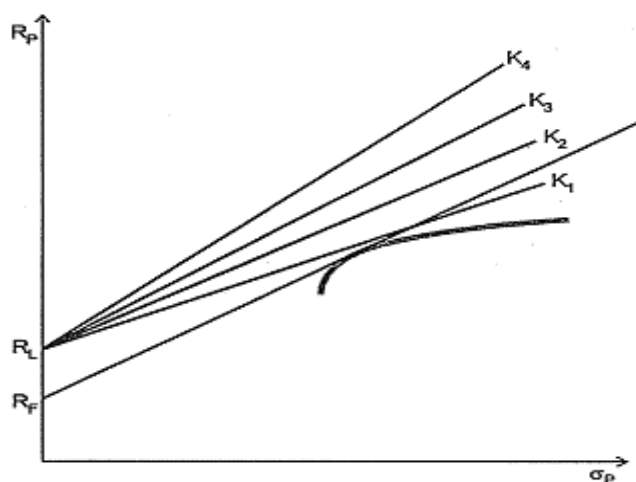
- 100% безризичном портфолију, у случају да је $R_L < R_F$ (графикон 4);
- Бесконачном кредитирању⁵, у случају да је $R_L > R_F$ (графикон 5);
- Бесконачном броју рјешења, за $R_L = R_F$.

⁵ Са аспекта бесконачног узимања позајмица, односно бесконачног кредитирања, нереалност инвестиционог приједлога није посљедица неконзистентности критеријума, већ изворне претпоставке да на тржишту инвеститори могу позајмити неограничени износ средстава по безризичној каматној стопи.

Графикон 4. Инвестиционе алтернативе које доводе до 100% безризичног портфолија (Поповић 2000: 129)



Графикон 5. Инвестиционе алтернативе које доводе до бесконачног кредитирања (Поповић 2000: 129)



И у случају графикона 4 и графикона 5 циљ инвеститора јесте да ротира линију која полази из тачке R_L што је могуће више у смјеру супротном кретању казаљке на сату. На графикону 4 приказана је ситуација која доводи до инвестирања 100% средстава у безризични портфолио. Ово питање има и други угао посматрања. Ако нека безризична актива има принос виши од R_L , односно минималног нивоа жељеног приноса, тада инвестирањем у безризичну активу инвеститор нема шансе да оствари принос испод нивоа R_L . Пошто су приноси, у складу са претпоставком, нормално распоређени, свака инвестициона политика која подразумијева ризичну активу носи неки степен вјероватноће да се оствари принос нижи од R_L . Као последица тога закључујемо, да инвестирање свих расположивих средстава у безризичну активу представља оптимално рјешење. Такође, уколико је R_F испод R_L , како је то приказано графиконом 5, инвестирање у безризичну активу сигурно резултира приносом чији је ниво нижи од R_L . Разматрањем ове ситуације долази се до закључка да оптимално рјешење, у овом случају, представља позајмљивање бесконачног износа по стопи R_F и инвестирање у ризичну активу.

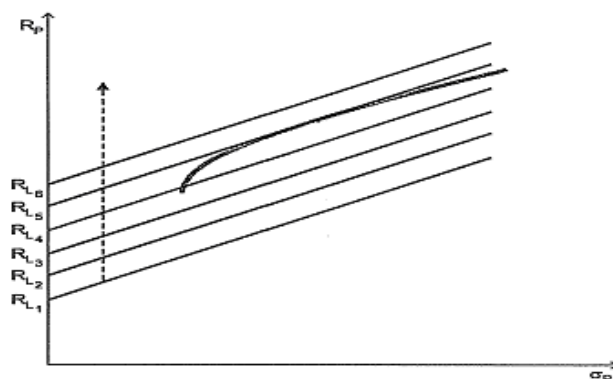
Критеријум Катаоке представља други из групе критеријума којима се преферира сигурност инвеститора. Према критеријуму *Kataoke* потребно је максимизирати доњу границу приноса у односу на ограничење да вјероватноћа приноса мањег или једнаког доњој граници не буде већа од неке унапријед одређене вриједности. На примјер, максимизирати R_L , уз ограничење да шанса за остваривање

приноса испод R_L буде мања или једнака одређеном износу. Ако се са α означи ова вјероватноћа, тада се проблем може аналитички изразити на сљедећи начин (Елтон, Грубер 1995: 237):

$$\begin{array}{ll} \max R_L & \text{– функција циља,} \\ p(R_L < R_F) \leq \alpha & \text{– ограничење.} \end{array}$$

Такође, ако су приноси нормално распоређени, критеријум се анализира у простору „очекивани принос – стандардна девијација“. Како је веће речено, у случају нормалног распореда приноса, вјероватноћа остваривања приноса испод неке вриједности зависи од тога колико је та вриједност удаљена од аритметичке средине, мјерено стандардним девијацијама. Уколико се R_L мијења, односно, у складу са критеријумом повећава, линије се помјерају нагоре, паралелно једна са другом што је представљено графиком 6 (Поповић 2000: 131):

Графикон 6. Проблем избора портфолија на основу критеријума *Катаоке*



Телсеров критеријум се односи на идеју да се максимизира очекивани принос у односу на ограничење да вјероватноћа приноса мањег или једнаког некој одређеној граници не буде већа од неке унапријед утврђене вриједности. Аналитички овај критеријум се формулише сљедећим изразом (Поповић 2000: 133):

$$\begin{array}{ll} \max R_p & \text{– функција циља,} \\ p(R_p \leq R_F) \leq \alpha & \text{– ограничење.} \end{array}$$

Под претпоставком да су приноси нормално распоређени, претходне релације имплицирају:

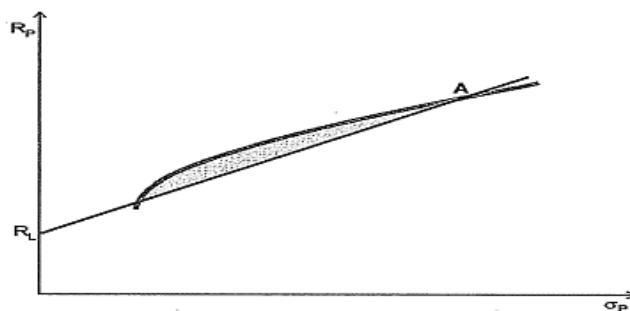
$$R_L \leq R_p - (\text{const.})\sigma,$$

тј.

$$R_p \leq R_L + (\text{const.})\sigma.$$

Уколико важи једнакост између десне и лијеве стране, ради се о једначини праве. На графикону 7 приказана је граница ефикасности и ограничење. Све тачке изнад линије ограничења задовољавају услов. Осјенчена површина представља допустиви скуп, који је ограничен линијом ограничења и границом ефикасности. У овом случају оптимално рјешење представља тачка А.

Графикон 7. Проблем избора портфолија на основу Телсеровог критеријума (Поповић 2000: 133)



Такође, могуће је да не постоје тачке које задовољавају ограничење. У том случају не постоји портфолио који се налази изнад линије ограничења, те на основу Телсеровог критеријума није могуће одредити оптимални портфолио, дакле, када се користи овај критеријум, овај портфолио се или налази на граници ефикасности, посматрано у простору „очекивани принос – стандардна девфијација“ или једноставно не постоји.

5. ИЗБОР ОПТИМАЛНОГ ПОРТФОЛИЈА ХОВ ИНВЕСТИТОРА С ПРЕФЕРЕНЦИЈОМ СИГУРНОСТИ НА ТРЖИШТУ КАПИТАЛА РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ

Избор оптималног портфолија ХОВ инвеститора с преференцијом сигурности на тржишту капитала Републике Српске, анализираћемо кроз три најједноставнија портфолија који се састоје од по двије хартије од вриједности. Табела 2 представља примјер анализе Ројевог критеријума за избор оптималног портфолија. Обрачун Ројевог критеријума је извршен за инвеститора који жели да оствари принос R_L у износу од 5%, као и да минимизира шансе остваривања приноса испод тог нивоа. Стопе приноса и стандардне девијације портфолија су израчунате и представљене у табели 2.

Табела 2. Избор оптималног портфолија на бази анализе Ројевог критеријума

Анализа портфолија			Просјечни принос	Стандардна девијација	Ројев критеријум	Одступање %
Портфолио	А	Хартија од вриједности	R_p	σ_p	мин. $(R_L - R_p)/\sigma_p$	Одступање од $R_L\%$
		Телеком Српске а.д. Бања Лука	7,50%	2,50%	-1	-1 σ
		Тржница а.д. Бања Лука				
	Б	Хартија од вриједности	R_p	σ_p	мин. $(R_L - R_p)/\sigma_p$	Одступање од $R_L\%$
		Телеком Српске а.д. Бања Лука	6,31%	0,58%	-2,25	-2,25 σ
		Нова банка а.д. Бања Лука				
	В	Хартија од вриједности	R_p	σ_p	мин. $(R_L - R_p)/\sigma_p$	Одступање од $R_L\%$
		Електродистрибуција а.д. Пале	5,20%	0,80%	-1,5	-1,5 σ
		Електрокрајина а.д. Бања Лука				

У намјери да се одреди колико се стандардних девијација R_L налази испод просјека, израчунава се разлика између R_L и просјечног приноса и та разлика се дијели

са стандардном девијацијом. Да би Ројев критеријум био задовољен, под условом да су приноси нормално распоређени, слиједи:

$$\min (R_L - R_P / \sigma_P).$$

На бази анализе резултата у табели 2 закључујемо: ако инвеститор изабере портфолио А, онда је минимални жељени принос ($R_L = 5\%$) на удаљености од једне стандардне девијације испод просјечног приноса. Посљедишно, могућност остваривања приноса испод 5% представља вјероватноћа остваривања приноса који се налази више од једне стандардне девијације испод просјечног приноса. С друге стране, ако инвеститор одабере портфолио Б, тада је жељени принос на удаљености од 2,25 стандардних девијација испод просјечног приноса. Коначно, ако се инвеститор одлучи за портфолио В, могућност остваривања приноса испод 5% представља вјероватноћа остваривања приноса који се налази више од једне и по стандардне девијације испод просјечног приноса. Упоредјујући одступања приказана табелом 2, можемо констатовати да је од три портфолија А, Б и В, оптималан портфолио Б., јер -2,25 представља минимално од сва три одступања или, по еквивалентној формули, максимално од сва три.

С друге стране критеријум *Катаоке*, користимо ако желимо да максимизирамо принос портфолија, уз ограничење да шанса за остваривање приноса испод жељеног приноса од 5% буде мања или једнака 5%. Функција циља и ограничење према критеријуму *Катаоке*, изгледа овако:

$$\begin{aligned} &\text{функција циља: } \text{Max } (R_L), \\ &\text{ограничење: } p(R_P < R_L) \leq 5\%. \end{aligned}$$

Ако су приноси нормално распоређени, критеријум се анализира у простору „очекивани принос – стандардна девијација“. На бази статистичке анализе, у случају нормалног распореда приноса, вјероватноћа остваривања приноса испод неке вриједности зависи од тога колико је та вриједност удаљена од аритметичке средине, мјерено стандардним девијацијама. За случај да је $\alpha=0,05$ (односно 5%), на основу табеле нормалног распореда, ограничење добија сљедећи облик:

$$R_L \leq R_P - 1,65\sigma_P.$$

Табела 3. Избор оптималног портфолија по критеријуму *Катаоке*

Анализа портфолија			Просјечни принос	Стандардна девијација	Критеријум <i>Kataoke</i>
Портфолио	А	Хартија од вриједности	R_P	σ_P	$R_L \leq R_P - 1,65\sigma_P$
		Телеком Српске а.д. Бања Лука	7,50%	2,50%	3,38
		Тржница а.д. Бања Лука			
	Б	Хартија од вриједности	R_P	σ_P	$R_L \leq R_P - 1,65\sigma_P$
		Телеком Српске а.д. Бања Лука	6,31%	0,58%	5,35
		Нова банка а.д. Бања Лука			
	В	Хартија од вриједности	R_P	σ_P	$R_L \leq R_P - 1,65\sigma_P$
		Електродистрибуција а.д. Пале	5,20%	0,80%	3,88
		Електрокрајина а.д. Бања Лука			

Пошто је циљ да се оствари што је могуће већа доња граница R_L , од три понуђена портфолија, оптимално је изабрати портфолио Б. Портфолио Б је оптималан јер је $R_p - 1,65\sigma_p = 5,35$, што је максимум у односу на портфолио А и В.

Телсеров критеријум се односи на идеју да се максимизира очекивани принос у односу на ограничење да вјероватноћа приноса мањег или једнаког некој одређеној граници, у нашем случају 5%, не буде већа од неке унапријед утврђене вриједности, у нашем случају 1,5. Према Телсеровом критеријуму, избор оптималног портфолија се спроводи на следећи начин:

функција циља: $\text{Max}(R_p)$,
ограничење: $p(R_p \leq R_L) \leq 1,5$.

Поново се позивајући на претпоставку о нормалној дистрибуцији приноса, ограничења постају:

$$R_L \leq R_p - 1,5\sigma_p,$$

$$\text{односно: } R_p \leq R_L + 1,5\sigma_p.$$

Табела 4. Избор оптималног портфолија на бази анализе *Телсеровог критеријума*

Анализа портфолија			Просјечни принос	Стандардна девијација	<i>Телсеров критеријум</i>
Портфолио	А	Хартија од вриједности	R_p	σ_p	$R_L \leq R_p - 1,5\sigma_p$
		Телеком Српске а.д. Бања Лука	7,50%	2,50%	3,75
		Тржница а.д. Бања Лука			
	Б	Хартија од вриједности	R_p	σ_p	$R_L \leq R_p - 1,5\sigma_p$
		Телеком Српске а.д. Бања Лука	6,31%	0,58%	5,44
		Нова банка а.д. Бања Лука			
	В	Хартија од вриједности	R_p	σ_p	$R_L \leq R_p - 1,5\sigma_p$
		Електродистрибуција а.д. Пале	5,20%	0,80%	4,00
		Електрокрајина а.д. Бања Лука			

У случају портфолија Б, *Телсеров* критеријум има смисла. Стога, портфолио Б представља оптималан избор из скупа могућих портфолија. Све вриједности изнад ограничења од 5% испуњавају критеријум, а допустиви скуп је ограничен линијом ограничења и границом ефикасности.

6. ЗАКЉУЧАК

Обим промета хартија од вриједности на Бањалучкој берзи тренутно је мали. Разлог таквог стања на тржишту капитала Републике Српске је пољуљано повјерење инвеститора, услед великих корекција у цијенама акција у скоријој прошлости и глобалних економских дешавања. У времену када се посљедице глобалне финансијске кризе увелико осјећају и на тржишту капитала Републике Српске, инвеститори су изложени повећаном ризику инвестирања на нашем тржишту капитала. Стога инвеститори преферирају сигурност приликом инвестирања у хартије од вриједности. У ту сврху су у раду анализирани математички модели избора оптималног портфолија инвеститора с преференцијом сигурности на тржишту капитала. Анализирани модели треба да пружи аналитичку основу приликом инвестирања на тржишту капитала Републике Српске. Приликом инвестирања на тржишту капитала, потребно је анализирати бројне факторе који утичу на ризичност и принос инвестиција.

Математичке анализе обрађене у раду треба прихватити с дозом опрезности. Наиме, принос је очекивана категорија, а тржишта у развоју такође карактеришу повећани трансакциони трошкови, недостатак релевантних информација, трошкови прибављања нових информација и повећана неизвјесност. Стога анализирани модели треба да употпуне анализу инвеститора, с преференцијом сигурности инвестирања на тржишту капитала.

Сваки инвеститор, чији је примарни инвестициони циљ да заштити свој капитал, а да уз то оствари релативно високу стопу приноса, требало би да анализира избор оптималног портфолија помоћу до сада у економској науци развијених модела, чији је један дио садржан и у овом раду. Анализа *Ројевог модел*, *модела Катаоке* и *Телсеровог модела* је извршена кроз анализу три портфолија креирана на тржишту капитала Републике Српске. Доношење квалитетне одлуке о избору оптималног портфолија инвеститора с преференцијом сигурности треба настати на бази компаративне анализе добијених резултата квантитативне анализе *Ројевог модела*, *модела Катаоке* и *Телсеровог модела*, као и осталих математичких модела који се користе у анализи оптималног портфолија. Стога закључујемо да је приликом избора оптималног портфолија инвеститора с преференцијом сигурности потребно анализу посматрати као математички модел, чији су сегменти анализа *Ројевог модела*, *модела Катаоке* и *Телсеровог модела*. Такође приликом доношења одлуке о инвестирању у хартије од вриједности, неопходно је да инвеститор размотри и анализира и појединачно финансијске инструменте понаособ. Обвезнице за разлику од акција, носе својим власницима фиксне приносе – камате, а дивиденда на акције није фиксни принос нити је обавеза предузећа да је исплаћује, те се никада са сигурношћу не може знати колики принос носи инвестирање у акције. Приједлог инвеститорима који инвестирају на тржишту капитала Републике Српске, јесте да диверзификују своје портфолије и добро избалансирају однос ризика и приноса.

ЛИТЕРАТУРА

-
- Bodie, Z., Kane i A., J., Mareus.** 1996. Investments. New York: Irwin McGraw-Hill.
- Bodie, Z., Kane, A., Marcus J.,** 2006. Počela ulaganja. Zagreb: Mate.
- Van Horne, J., Wachowicz, J.,** 2002. Osnove finansijskog menadžmenta. Zagreb: Mate.
- Erić, D.,** 2003. Finansijska tržišta i instrumenti. Beograd: Čigoja.
- Elton, E., Gruber, M.,** 1995. Modern Portfolio Theory and Investment Analysis - fifth ed. John Wiley & Sons Inc.
- Ivanišević, M.** 2008. Poslovne finansije. Beograd: Ekonomski fakultet.
- Mikerević, D.,** 2009. Finansijski menadžment. Banja Luka: Ekonomski fakultet.
- Popović, S.,** 2000. Portfolio analiza. Podgorica: Modus.
- Fabozzi, F., J., Fabozzi, T., D.,** 1989. Bond Markets. Analysis and Strategies. Prentice-Hall International Inc.
- Frederic, S. Mishkin, Stanley, G., Eakins.** 2005. Finansijska tržišta i institucije. Zagreb: Mate.
- Frederic, S. Mishkin, Stanley, G., Eakins.** 2006. Monetarna ekonomija, bankarstvo i finansijska tržišta. Beograd: Data Status.
- Šoškić, D., Živković, B.,** 2006. Finansijska tržišta i institucije. Beograd: Ekonomski fakultet.
- Šoškić, D.,** 2006. Hartije od vrijednosti – Upravljanje portfoliom i investicioni fondovi. Beograd: Ekonomski fakultet.
- <http://www.access2finance.eu/>
- <http://www.blberza.com>
- <http://www.seebiz.eu/hr/burze>